

國立清華大學命題紙

98 學年度 計量財務金融 系(所) 甲、乙 組碩士班入學考試

科目 統計學 科目代碼 4803, 4903 共 6 頁第 1 頁 \*請在【答案卷卡】內作答

1. (10%) 若  $X$  之機率密度函數為：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{for } 1 \leq x \leq 2, 2+c \leq x \leq 3+c \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

$c$  為正數值，試求  $X$  之變異數  $\sigma^2$ 。

2. (10%) 已知某汽車公司的零件來自 A、B、C 三家廠商，進貨比率分別為 20%、30%、50%。根據以往統計，A 廠商的零件瑕疵品佔其產量的 3%，B 廠商的零件瑕疵品佔其產量的 2%、C 廠商的零件瑕疵品佔其產量的 1%。今有一消費者購買該公司的汽車，發現零件有瑕疵，試求該零件是 C 廠商所生產的機率是多少？

3. 假設隨機變數  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$  為從母體以抽出放回方式抽取的  $n$  個樣本，以下有三個母體平均值的估計式：

$$\hat{\mu}_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}, \quad \hat{\mu}_2 = \frac{X_1 + X_2 + 2X_3}{10}, \quad \hat{\mu}_3 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$$

(1) (5%) 試問哪一個為不偏估計式？ (2) (5%) 哪一個估計式最有效？

4. (10%) 設隨機函數  $X$  與  $Y$  的機率密度函數如下：

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy & \text{for } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

試求  $X$  與  $Y$  的相關係數？

5. 假設  $x_1, x_2, \dots, x_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，已知變異數  $\sigma^2$  為 25，平均數  $\mu$  未知。若在型 I 誤差  $\alpha = 0.05$ ，欲檢定  $H_0: \mu \leq 10$  vs.  $H_1: \mu > 10$ 。(1) (5%) 在樣本數  $n=81$  的情況下，求  $\mu=11$  的檢定力？ (2) (5%) 若要求型 II 誤差  $\beta=0.05$ ，求至少應抽取的樣本數  $n$ ？

國立清華大學命題紙

98 學年度 計量財務金融 系(所) 甲、乙 組碩士班入學考試

科目 統計學 科目代碼 4803, 4903 共 6 頁第 2 頁 \*請在【答案卷卡】內作答

6. 從 A、B 兩工廠分別抽取 16 名工人，得其每月平均工資 (單位：4 元) 及變異數的資料結果如下：

$$\bar{X}_A = 21, S_A^2 = 4.5, \bar{X}_B = 19, S_B^2 = 3.9$$

- (1) (10%) 分別以 t 檢定及 F 檢定檢定  $H_0: \mu_A = \mu_B$ ，說明 t 檢定及 F 檢定的關係？請列出 t 檢定及 F 檢定的假設。(利用 F 檢定檢定  $H_0: \mu_A = \mu_B$ ，不須要查表)
- (2) (5%) 在哪些前提假設下，適用 z 檢定檢定  $H_0: \mu_A = \mu_B$ ？

7. 假設台灣居民去年到墾丁旅遊為一布松(Poisson)隨機變數 X：

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, 3, \dots, e = 2.718$$

今問卷調查 100 人，得到去年到墾丁旅遊的次數分別為下表

|            |    |    |    |   |   |   |
|------------|----|----|----|---|---|---|
| 墾丁旅遊<br>次數 | 0  | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 |
| 人數         | 38 | 37 | 15 | 8 | 1 | 1 |

- (1) (10%) 試以最大概似法(MLE)求  $\lambda$  的估計值？
- (2) (5%) 試以  $\alpha = 0.05$  來判斷假設到墾丁旅遊為布松(Poisson)分配是否合理？

8. 記錄全家便利商店在 A、B、C 三所大學內的 1 至 4 月份銷售額 (單位為百萬元) 如下：

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 月份 | 1  | 2  | 3  | 4  |
| A  | 20 | 16 | 32 | 33 |
| B  | 12 | 10 | 15 | 18 |
| C  | 6  | 5  | 12 | 14 |

- (1) (10%) 試以 ANOVA 分析，在  $\alpha = 0.05$  檢定銷售額在 A、B、C 三所大學是否有顯著差異？
- (2) (10%) 試建立以上資料的迴歸模型，請註明被解釋變數及解釋變數，寫出檢定銷售額在 A、B、C 三所大學是否有顯著差異的虛無假設及對立假設？只須說明，不必計算結果。





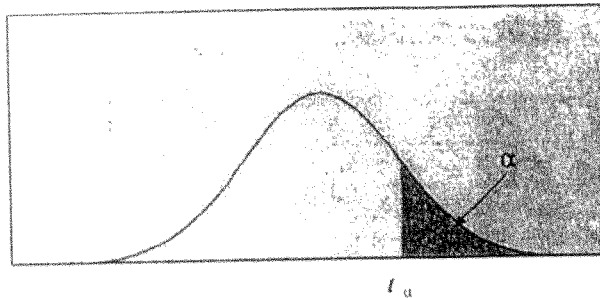
國立清華大學命題紙

98 學年度 計量財務金融 系(所) 甲、乙 組碩士班入學考試

科目 統計學 科目代碼 4803 共 6 頁第 5 頁 \*請在【答案卷卡】內作答

表五  $t$  分配臨界值表

$$P(t > t_{\alpha}) = \alpha$$



| <i>d.f.</i> | $t_{.100}$ | $t_{.050}$ | $t_{.025}$ | $t_{.010}$ | $t_{.005}$ | <i>d.f.</i> |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| 1           | 3.078      | 6.314      | 12.706     | 31.821     | 63.656     | 1           |
| 2           | 1.886      | 2.920      | 4.303      | 6.965      | 9.925      | 2           |
| 3           | 1.638      | 2.353      | 3.182      | 4.541      | 5.841      | 3           |
| 4           | 1.533      | 2.132      | 2.776      | 3.747      | 4.604      | 4           |
| 5           | 1.476      | 2.015      | 2.571      | 3.365      | 4.032      | 5           |
| 6           | 1.440      | 1.943      | 2.447      | 3.143      | 3.707      | 6           |
| 7           | 1.415      | 1.895      | 2.365      | 2.998      | 3.499      | 7           |
| 8           | 1.397      | 1.860      | 2.306      | 2.896      | 3.355      | 8           |
| 9           | 1.383      | 1.833      | 2.262      | 2.821      | 3.250      | 9           |
| 10          | 1.372      | 1.812      | 2.228      | 2.764      | 3.169      | 10          |
| 11          | 1.363      | 1.796      | 2.201      | 2.718      | 3.106      | 11          |
| 12          | 1.356      | 1.782      | 2.179      | 2.681      | 3.055      | 12          |
| 13          | 1.350      | 1.771      | 2.160      | 2.650      | 3.012      | 13          |
| 14          | 1.345      | 1.761      | 2.145      | 2.624      | 2.977      | 14          |
| 15          | 1.341      | 1.753      | 2.131      | 2.602      | 2.947      | 15          |
| 16          | 1.337      | 1.746      | 2.120      | 2.583      | 2.921      | 16          |
| 17          | 1.333      | 1.740      | 2.110      | 2.567      | 2.898      | 17          |
| 18          | 1.330      | 1.734      | 2.101      | 2.552      | 2.878      | 18          |
| 19          | 1.328      | 1.729      | 2.093      | 2.539      | 2.861      | 19          |
| 20          | 1.325      | 1.725      | 2.086      | 2.528      | 2.845      | 20          |
| 21          | 1.323      | 1.721      | 2.080      | 2.518      | 2.831      | 21          |
| 22          | 1.321      | 1.717      | 2.074      | 2.508      | 2.819      | 22          |
| 23          | 1.319      | 1.714      | 2.069      | 2.500      | 2.807      | 23          |
| 24          | 1.318      | 1.711      | 2.064      | 2.492      | 2.797      | 24          |
| 25          | 1.316      | 1.708      | 2.060      | 2.485      | 2.787      | 25          |
| 26          | 1.315      | 1.706      | 2.056      | 2.479      | 2.779      | 26          |
| 27          | 1.314      | 1.703      | 2.052      | 2.473      | 2.771      | 27          |
| 28          | 1.313      | 1.701      | 2.048      | 2.467      | 2.763      | 28          |
| 29          | 1.311      | 1.699      | 2.045      | 2.462      | 2.756      | 29          |
| 30          | 1.310      | 1.697      | 2.042      | 2.457      | 2.750      | 30          |
| 31          | 1.310      | 1.696      | 2.040      | 2.453      | 2.744      | 31          |
| 32          | 1.309      | 1.694      | 2.037      | 2.449      | 2.739      | 32          |
| 33          | 1.308      | 1.692      | 2.035      | 2.445      | 2.733      | 33          |
| 34          | 1.307      | 1.691      | 2.032      | 2.441      | 2.728      | 34          |
| 35          | 1.306      | 1.690      | 2.030      | 2.438      | 2.724      | 35          |
| 36          | 1.306      | 1.688      | 2.028      | 2.435      | 2.720      | 36          |
| 37          | 1.305      | 1.687      | 2.026      | 2.431      | 2.715      | 37          |
| 38          | 1.304      | 1.686      | 2.024      | 2.429      | 2.712      | 38          |
| 39          | 1.304      | 1.685      | 2.023      | 2.426      | 2.708      | 39          |
| 40          | 1.303      | 1.684      | 2.021      | 2.423      | 2.705      | 40          |

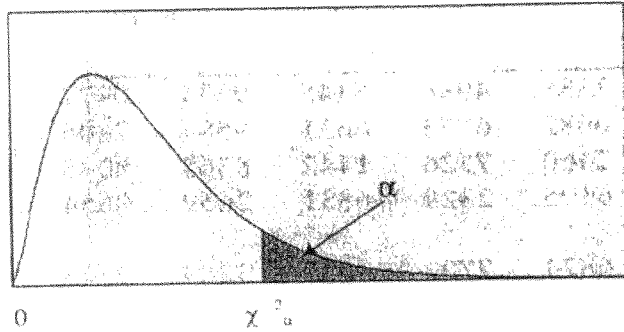
國立清華大學命題紙

98 學年度 計量財務金融 系 (所) 甲、乙 組碩士班入學考試

科目 統計學 科目代碼 4803, 4903 共 6 頁第 6 頁 \*請在【答案卷卡】內作答

表六 卡方分配臨界值表 (續)

$$P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \alpha$$



| $\chi^2_{0.100}$ | $\chi^2_{0.050}$ | $\chi^2_{0.025}$ | $\chi^2_{0.010}$ | $\chi^2_{0.005}$ | d.f. |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------|
| 2.705541         | 3.841455         | 5.023903         | 6.634891         | 7.879400         | 1    |
| 4.605176         | 5.991476         | 7.377779         | 9.210351         | 10.5965          | 2    |
| 6.251394         | 7.814725         | 9.348404         | 11.3449          | 12.8381          | 3    |
| 7.779434         | 9.487728         | 11.1433          | 13.2767          | 14.8602          | 4    |
| 9.236349         | 11.0705          | 12.8325          | 15.0863          | 16.7496          | 5    |
| 10.6446          | 12.5916          | 14.4494          | 16.8119          | 18.5475          | 6    |
| 12.0170          | 14.0671          | 16.0128          | 18.4753          | 20.2777          | 7    |
| 13.3616          | 15.5073          | 17.5345          | 20.0902          | 21.9549          | 8    |
| 14.6837          | 16.9190          | 19.0228          | 21.6660          | 23.5893          | 9    |
| 15.9872          | 18.3070          | 20.4832          | 23.2093          | 25.1881          | 10   |
| 17.2750          | 19.6752          | 21.9200          | 24.7250          | 26.7569          | 11   |
| 18.5493          | 21.0261          | 23.3367          | 26.2170          | 28.2997          | 12   |
| 19.8119          | 22.3620          | 24.7356          | 27.6882          | 29.8193          | 13   |
| 21.0641          | 23.6848          | 26.1189          | 29.1412          | 31.3194          | 14   |
| 22.3071          | 24.9958          | 27.4884          | 30.5780          | 32.8015          | 15   |
| 23.5418          | 26.2962          | 28.8453          | 31.9999          | 34.2671          | 16   |
| 24.7690          | 27.5871          | 30.1910          | 33.4087          | 35.7184          | 17   |
| 25.9894          | 28.8693          | 31.5264          | 34.8052          | 37.1564          | 18   |
| 27.2036          | 30.1435          | 32.8523          | 36.1908          | 38.5821          | 19   |
| 28.4120          | 31.4104          | 34.1696          | 37.5663          | 39.9969          | 20   |
| 29.6151          | 32.6706          | 35.4789          | 38.9322          | 41.4009          | 21   |
| 30.8133          | 33.9245          | 36.7807          | 40.2894          | 42.7957          | 22   |
| 32.0069          | 35.1725          | 38.0756          | 41.6383          | 44.1814          | 23   |
| 33.1962          | 36.4150          | 39.3641          | 42.9798          | 45.5584          | 24   |
| 34.3816          | 37.6525          | 40.6465          | 44.3140          | 46.9280          | 25   |
| 35.5632          | 38.8851          | 41.9231          | 45.6416          | 48.2898          | 26   |
| 36.7412          | 40.1133          | 43.1945          | 46.9628          | 49.6450          | 27   |
| 37.9159          | 41.3372          | 44.4608          | 48.2782          | 50.9936          | 28   |
| 39.0875          | 42.5569          | 45.7223          | 49.5878          | 52.3355          | 29   |
| 40.2560          | 43.7730          | 46.9792          | 50.8922          | 53.6719          | 30   |
| 51.8050          | 55.7585          | 59.3417          | 63.6908          | 66.7660          | 40   |
| 63.1671          | 67.5048          | 71.4202          | 76.1538          | 79.4898          | 50   |
| 74.3970          | 79.0820          | 83.2977          | 88.3794          | 91.9518          | 60   |
| 96.5782          | 101.879          | 106.629          | 112.329          | 116.321          | 80   |
| 118.498          | 124.342          | 129.561          | 135.807          | 140.170          | 100  |