

國立清華大學 105 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：經濟學系

考試科目（代碼）：微積分與統計(3903)

共 3 頁，第 1 頁 *請在【答案卷、卡】作答

1. Suppose that the total cost of producing milk is $C(q)$, where q represents the quantity of milk. Denote the average cost as $AC(q)$, so $AC(q) = \frac{C(q)}{q}$, and the marginal cost as $MC(q)$, so $MC(q) = \frac{d}{dq}C(q)$.
 - (a) (5%) Explain why $MC(q)$ must intersect with $AC(q)$ at the those q 's such that $\frac{d}{dq}AC(q) = 0$.
 - (b) (5%) Suppose that the fixed cost (costs when 0 units are produced) is 50 and $MC(q) = q^4 + 3q$. What is $C(q)$?
2. Answer the following questions:
 - (a) (5%) Is it possible for a function to be continuous but not differentiable? If so, please give an example of such function and draw a picture of it.
 - (b) (5%) Is it possible for a function to be differentiable but not continuous? If so, please give an example of such function and draw a picture of it.
3. (10%) If function $F(x)$ and function $G(x)$ are both differentiable and have the same derivative on an interval, what can you say about them (you must make use of the information provided)?
4. (10%) Evaluate $\int \sqrt{x} \ln x dx$.
5. Suppose that the temperature in one particular day is $f(t)$, where $t \in [0, 24]$ represents the time of the day.
 - (a) (5%) What is the average temperature of the day if $f(t) = t$?
 - (b) (5%) What is the average temperature of the day if $f(t) = t^2$?

國立清華大學 105 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：經濟學系

考試科目（代碼）：3903

共 3 頁，第 2 頁 *請在【答案卷】作答

6. [10分] 下表給定兩個離散隨機變數 X 及 Y 的聯合機率密度函數 (joint probability density function)::

		X			
		-2	0	2	3
Y	3	0.27	0.08	0.16	0.00
	6	0.00	0.04	0.10	0.35

即 $X = -2$ 及 $Y = 3$ 的機率是 0.27, 如此類推。

求 X 的邊際機率密度函數 (marginal probability density function) 及 Y 的邊際機率密度函數。

7. [15分] 考慮個體經濟學中的供需模型如下:

$$\text{(供給)} \quad Q_i = \alpha_1 + \alpha_2 P_i + \alpha_3 P_{i-1} + \varepsilon_i$$

$$\text{(需求)} \quad Q_i = \beta_1 + \beta_2 P_i + \beta_3 Y_i + u_i$$

其中, Q_i 是商品的交易數量, P_i 是商品的交易價格, 而 Y_i 是收入。

- (a) 如果某經濟學家說 Q_i 及 P_i 為內生變數 (endogenous variables) 而 P_{i-1} 及 Y_i 為外生變數 (exogenous variables), 她的經濟解釋應該是什麼?
- (b) 試概述你如何用工具變數估計量 (instrumental variable estimator) 或兩階段最小平方估計量 (two-stage least squares estimator) 估計供給和需求兩函數的參數。

國立清華大學 105 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：經濟學系

考試科目（代碼）：3903

共 3 頁，第 3 頁 *請在【答案卷】作答

8. [15分] 考慮以下序列相關（serial correlation）模型：

$$\begin{aligned}y_i &= \beta x_i + u_i \\u_i &= \rho u_{i-1} + e_i\end{aligned}$$

其中， e_i 為一 i.i.d. 序列。

- (a) 假定 $-1 < \rho < 1$ 而且我們知道 ρ 的值為多少。試概述 β 的科克倫—奧克特（Cochrane-Orcutt）估計量。
- (b) 利用高斯—馬爾可夫定理（Gauss-Markov Theorem），或其他方法，試概述科克倫—奧克特（Cochrane-Orcutt）估計量的優越性。

9. [10分] 以下題目關於杜賓-瓦特森檢驗（Durbin-Watson Test），簡稱 DW。

- (a) 為什麼一般DW表，只有DW臨界點（critical value）的上限和下限？
- (b) 如果迴歸模型裡，存在落後因變數（lagged dependent variable），採用DW會有什麼後果？