

94 學年度 生命科學院及生命科學院結構生物學程 生科丙組及結構乙組 碩士班入學考試

科目 微積分 科目代碼 1001、1201 共 1 頁第 1 頁 *請在試卷【答案卷】內作答

1. 求常數 a 的值，使在 $0 \leq x < 2\pi$ 的區間， $y = a - \cos 2x$ 的圖形與 $y = 2\sin x$ 的圖形相切。(12%)

2. 設定 a, b 的值，使定積分 $\int_0^{\pi} (1 - a\sin x - b\sin 2x)^2 dx$ 的值成為最小。(8%)

3. 在直線路上，有半徑 a 的車輪，以 2π 秒轉一次的速率旋轉。若取直線路為 x 軸，鉛垂方向為 y 軸，車輪周上的一點 P 由原點開始經 t 秒後，該 P 點位置是

$$x = a(t - \sin t) \quad y = a(1 - \cos t)$$

求車輪做一次旋轉時， P 點移動所經過的長度。(8%)

4. 求下列各無窮級數的和：

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} + \dots (4\%)$$

$$\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \frac{1}{8^2-1} + \dots (4\%)$$

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n} + \dots (4\%)$$

$$\frac{1}{(1+a)(1+a^2)} + \frac{a}{(1+a^2)(1+a^3)} + \frac{a^2}{(1+a^3)(1+a^4)} + \dots (6\%)$$

5. 試微分下列各式：(15%)

$$y = \sqrt[3]{(1+x)^2}$$

$$y = x^{\sin x}$$

$$y = \tanh(\ln x)$$

6. 試求下列各式積分：(25%)

$$\int \tan^2 x dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\int \frac{dx}{(e^x - e^{-x})^2}$$

$$\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx$$

$$\int_{-1}^1 \frac{x^7 + 2x^5 + 8x}{\cos^4 x + 1} dx$$

7. 某一入射箭時，射中後再繼續射中的機率為 0.8，射不中後再繼續射不中的機率為 0.4。設第 n 次射中的機率為 P_n ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ (7%)

8. 試計算積分 $\int_0^{1/2} \frac{dx}{1+x^4}$ 精確至 0.001 (7%)