

# 國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學院丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0701)

共 2 頁，第 1 頁 \* 請在【答案卷】作答

1.(10 %) 求下列極限 (limit)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}, (2) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}.$$

2.(10 %) (1) 請寫下函數  $f$  在  $x$  的導數 (derivative) 的定義，其中  $x$  是開區間  $I$  上的一點。(2) 利用定義求  $f(x) = x^{-1}, x \neq 0$  的導數。

3.(10 %)(1) 求下列導數 (derivatives)。

$$\frac{d}{dx} \left[ \cos \sqrt{\sin(\tan \pi x)} \right].$$

(2) 已知  $x^2 + y^2 = 25$ ，求

$$\frac{d^2 y}{dx^2}.$$

4.(10 %) 給定實數  $a, b$ ，下列等式是否恆成立？請解釋你的答案。

$$|\sin a - \sin b| \leq |a - b|.$$

5.(10 %) 求函數  $f(x) = -3x^5 + 5x^3$  的相對極值 (relative extrema)。

6.(10 %) 求積分。

$$(1) \int \frac{1}{1 + \sqrt{2x}} dx, (2) \int_e^{e^2} \ln x dx$$

國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學院丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0701)

共 2 頁，第 2 頁 \* 請在【答案卷】作答

7.(10 %) 求積分

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{t}{(\sqrt{1-t^2})^{3/2}} dt$$

8.(10 %) 判斷級數是否收斂。(須說明根據什麼方法)

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}, (2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+1}$$

9.(10 %) 給定上半球面  $z = f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ 。球面上滿足  $x^2 + y^2 \leq 9$  的區域的面積為多少？

10.(10 %)(1) 求  $f(x, y) = 4 - x^2 - \frac{1}{4}y^2$  在點  $(1, 2)$  沿著方向  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  的方向導數 (directional derivative)。 (2) 續 (1)，沿著哪個方向，方向導數最大？