

國立清華大學 105 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學院丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0601)

共 2 頁，第 1 頁 * 請在【答案卷】作答

1.(10 %) 已知函數 $f(x), g(x)$ 定義在 $\mathbb{R}$ 上, $c \in \mathbb{R}$ 。請給出例子使得

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)]$$

存在，但是 $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 及 $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ 都不存在。

2.(10 %) 求下列極限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}, (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x}.$$

3.(10 %) 求下列導數 (derivatives)。

$$(1) \frac{d}{dx} \left[\left(x + \frac{1}{x} \right)^{-3} \right], (2) \frac{d}{dx} \left[\frac{1 - \sec x}{\tan x} \right]$$

4.(10 %) 找出通過曲線 $2x^3 + 2y^3 = 9xy$ 上一點 $(1, 2)$ 的切線方程式。

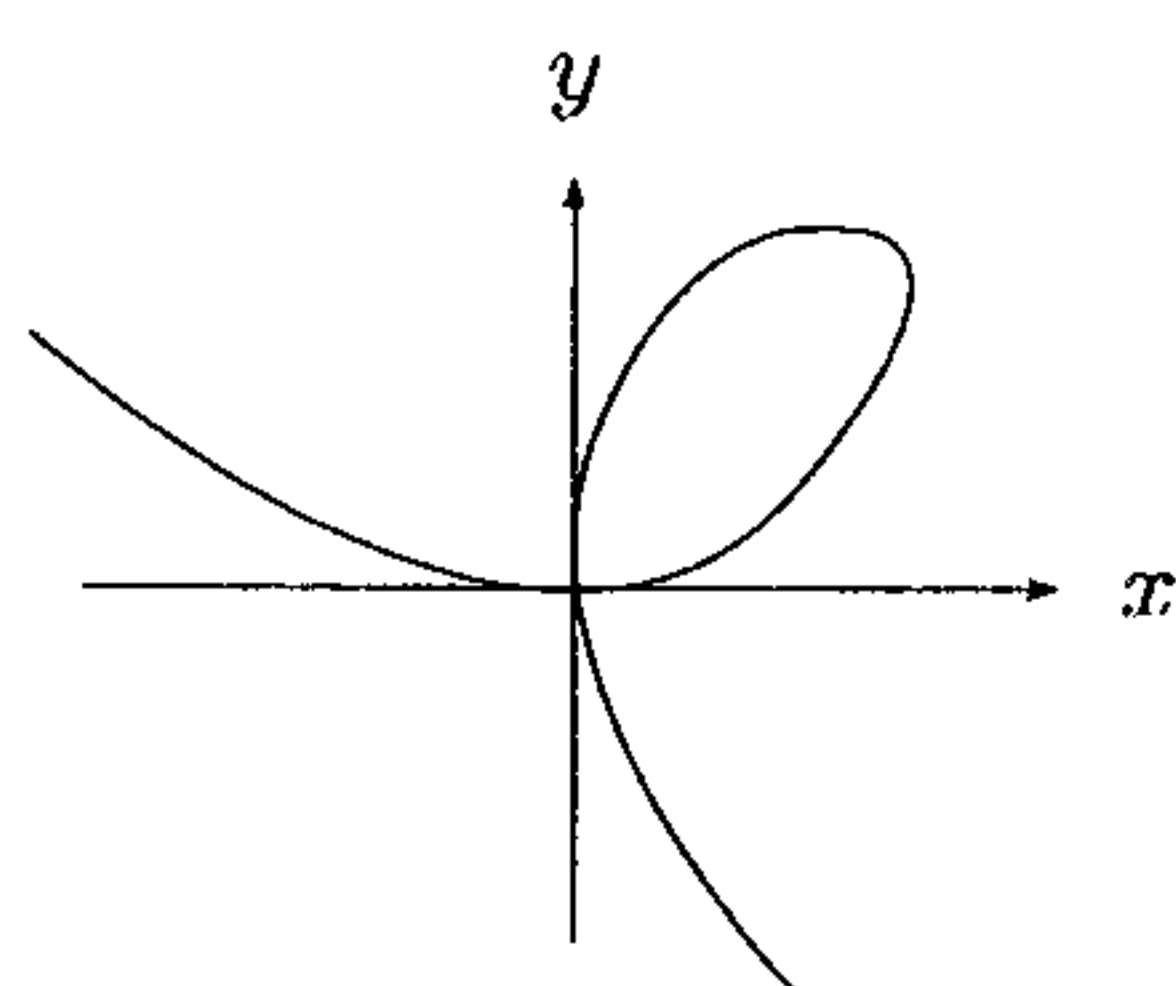


Figure 1: 第四題

5.(10 %) 說明是否存在函數 $f(x)$ 在區間上 $(0, 2)$ 是可微分的，在 $[0, 2]$ 是連續的，而且 $f(0) = 2, f(2) = 5$ 且當 $x \in (0, 2)$ 時，有 $f'(x) \leq 1$ 。

國立清華大學 105 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學院丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0601)

共 2 頁，第 2 頁 * 請在【答案卷】作答

6.(10 %) 計算下列積分。

$$\int_0^{\sqrt{3}} x^5 \sqrt{x^2 + 1} dx$$

7.(10 %) 某種細菌菌落 (bacterial colony) 增長速率 (rate) 跟菌落大小成正比。已知時間 $t = 0$ 時，菌落大小是 0.25 平方公分，8 小時後是 0.35 平方公分。

(1) 12 小時後會有多平方公分? (5 %)

(2) 多久後會變成 0.5 平方公分? (5 %)

答案用算式表達即可。

8.(10 %) 求不定積分。

$$\int x \ln x dx$$

9.(10 %) 用 Green 定理計算

$$\oint_C (3x^2 + y) dx + (2x + y^3) dy$$

其中 C 是圓 $x^2 + y^2 = a^2$ 。

10.(10 %) 求在球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上離 $(2, 1, 2)$ 最近的點的座標。