

國立清華大學 104 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學院丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0601)

共 2 頁，第 1 頁 * 請在【答案卷】作答

1.(10 %) 已知函數 $f(x), x \in \mathbb{R}$ 在 $x \neq 1$ 的定義為

$$f(x) = \frac{x^{\frac{3}{2}} - 1}{x - 1}$$

若 $f(x)$ 是連續函數 (continuous function)，請問 $f(1)$ 該是多少？

2.(10 %) 找出常數 A 和 B 使得函數 $f(x)$ 在 $x = 2$ 是可微分的 (differentiable)，其中

$$f(x) = \begin{cases} Ax^3 + Bx + 2 & x \leq 2 \\ Bx^2 - A & x > 2 \end{cases}$$

3.(10 %) 求導數 (derivatives)。

$$(1) f(x) = \cos((x-3)^5), \left. \frac{d^3 f(x)}{dx^3} \right|_{x=3} = ?$$

$$(2) \frac{d}{dt} \left[t \frac{d}{dt} (\sin t^2) \right] = ?$$

4.(10 %) 求極限 (limit)。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_1^x \ln(\cos x) dx}{x^2} = ?$$

5.(10 %) 假設 $f(x)$ 在區間上 $(1, 4)$ 是可微分的，在 $[1, 4]$ 是連續的，已知 $f(1) = 2$ 且 $\pi \leq f'(x) \leq 2\pi$ 。請問 $f(4)$ 的值最多可能是多少？

國立清華大學 104 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學院丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0601)

共 2 頁，第 2 頁 * 請在【答案卷】作答

6.(10 %) 檢查下列算式是否正確。如為錯誤，請指出錯誤之處。

$$(1) \int_{-2}^2 \frac{1}{x^3} dx = \left[\frac{-1}{2x^2} \right]_{-2}^2 = \left(-\frac{1}{8}\right) - \left(-\frac{1}{8}\right) = 0$$

$$(2) \int_{-2}^2 |x| dx = \left[\frac{1}{2} |x|^2 \right]_{-2}^2 = (2) - (2) = 0$$

7.(10 %) 實驗室有 A 克放射性物質 (radioactive substance)，它的半衰期為 8 年。

(1) 16 年後會有多少克? (2 %)

(2) 4 年後會有多少克? (3 %)

(3) t 年後有多少克? $t > 0$ (5 %)

8.(10 %) 求出

$$\iint_{\Omega} x^2 - y^2 dx dy$$

其中 Ω 是由 $x + y = 0$ ， $x + y = 1$ ， $x - y = 0$ ， $x - y = 2$ 所包圍的平行四邊形。

9.(10 %) 判斷下列級數是否收斂，並說明理由。

$$(1) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+5}{\sqrt{k^6+3k^3}}, (2) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\frac{1}{\ln k} \right)$$

10.(10 %) 已知 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，請問 $f(x, y, z) = \frac{x}{10} + \frac{y}{5} + \frac{z}{8}$ 在那一點有最大值？最大值為多少？