國立清華大學101學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：工業工程與工程管理學系

考試科目（代碼）：作業研究 (1502)

共__3___頁，第__1___頁　　*請在【答案卷】作答

注意事項：(1) 不得使用計算器。
(2) 請依題號順序作答。
(3) 答案必須寫在**答案卷**上，並須依每一題規定的方式作答。
(4) 未依規定作答，酌量扣分。

15%

1. A 公司參加一項工程投標，A 公司估計工程造價為 250 萬，但有另一公司也參加競標，預估它的投標金額在 250 萬至 450 萬之間成 uniform distribution，試問 A 公司以多少金額投標將可獲得最大期望利潤？必須寫出計算過程，畫出以下表格並將答案填寫於內。

問題 1 答案	

20%

2. 某公司有 4 貨櫃蘋果要分配給 3 分店銷售，各分店的市場需求量成機率分配(見表格一)，分店 A、B、C 銷售一貨櫃蘋果的利潤分別為 18、20、21 單位(1 單位=1000 元)。

表格一

需求量 d 貨櫃	需求機率(Demand Probability)		
	分店 A	分店 B	分店 C
0	0.1	0	0.1
1	0.2	0.2	0.3
2	0.3	0.6	0.2
3	0.2	0	0.2
4	0.2	0.2	0.2

(2-1) 令 $f_i(x)$ = "i 分店分配到 x 貨櫃蘋果的期望利潤(expected profit)。"
計算出所有 $f_i(x)$，i = A, B, C, x = 0, 1, 2, 3, 4。必須寫出計算過程，畫出以下表格並將答案填寫於內。(10%)

f	x				
	0	1	2	3	4
$f_A(x)$					

$f_B(x)$					
$f_C(x)$					

(2-2) 求解三家分店的最佳分配量 x_A、x_B、x_C，以使總期望利潤(total expected profit)為最大。必須採用動態規劃法(dynamic programming)求解並寫出各階段(stage)的計算過程，否則不予計分，畫出以下表格並將答案填寫於內。(10%)

分配量	x_A =	x_B =	x_C =
期望總利潤			

15%

3. 某一商店有一收銀員，平均每小時有 10 位顧客進店，收銀員平均服務一位顧客須 4 分鐘，Interarrival times 與 service times 都成指數分配(exponential distribution)，回答以下問題。

(3-1) 此問題是什麼等候線模式(用 Kendall's notation 表示)?
求解 L 與 L_q，將 L 與 L_q 用 λ (mean arrival rate)與 μ (mean service rate)表示,必須寫出求解過程。
L =在等候系統內的期望顧客數。
L_q =等候系統內的期望顧客數(不包含正在被服務的顧客)。　(6%)

(3-2) 收銀員閒置的機率如何?　(3%)

(3-3) 平均一顧客發停留在店內的時間有多久?　(3%)

(3-4) 平均一小時收銀員服務多少位顧客?　(3%)

畫出以下表格並將答案填寫於內。

	(3-1)	(3-2)	(3-3)	(3-4)
答案	L = Lq=			

30%

4. 必須畫出如下表格並將答案填寫於內。否則不予計分。

(4-1). Write a production planning problem as an minimization LP problem. (5%)

問題(4-1)答案	

(4-2). Write the above problem into a standard mathematical form. (5%)

問題(4-2)答案	

(4-3). Using (4-2) to explain the following terms (10%)

(a) *hyperplane;*　(b) *Normal of a hyperplane;*

(c) *closed halfspace;*　(d) *feasible region*

問題(4-3)答案	

(4-4). Giving an LP as below: (10%)

$$
\begin{aligned}
Min \quad & -x_1 - x_2 \\
s.t. \quad & x_1 + x_2 + x_3 = 40 \\
& 2x_1 + x_2 + x_4 = 60 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned}
$$

Draw a figure of this problem and identify the optimal solution.

問題(4-4)答案	

20%

5. 畫出以下表格並將答案填寫於內，否則不予計分。

(5-1). Consider a technical matrix $A_{m \times n}$ with $m \leqq n$, in a linear system Ax=b,

Show that there are at most $C(n, m)$ basic solutions, and $x = \begin{pmatrix} x_B \\ x_N \end{pmatrix}$

where $C(n,m) = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ and x_B, the basic variable and x_N, the non-basic variable. (10%)

問題(5-1)答案	

(5-2). Explain (5-1) by a linear system below

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \quad (5\%)$$

問題(5-2)答案	

(5-3). Find $x \geqq 0$ in (5-2) by Simplex method such that $2x_1 + x_2$ is maximized. (5%)

問題(5-3)答案	