

注意：考試開始鈴響前，不得翻閱試題，
並不得書寫、畫記、作答。

國立清華大學 112 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學暨醫學院
丙組(計算生物與人工智慧組)

科目代碼：0601

考試科目：微積分

—作答注意事項—

1. 請核對答案卷(卡)上之准考證號、科目名稱是否正確。
2. 考試開始後，請於作答前先翻閱整份試題，是否有污損或試題印刷不清，得舉手請監試人員處理，但不得要求解釋題意。
3. 考生限在答案卷上標記「由此開始作答」區內作答，且不可書寫姓名、准考證號或與作答無關之其他文字或符號。
4. 答案卷用盡不得要求加頁。
5. 答案卷可用任何書寫工具作答，惟為方便閱卷辨識，請儘量使用藍色或黑色書寫；答案卡限用 2B 鉛筆畫記；如畫記不清(含未依範例畫記)致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果一律由考生自行負責。
6. 其他應考規則、違規處理及扣分方式，請自行詳閱准考證明上「國立清華大學試場規則及違規處理辦法」，無法因本試題封面作答注意事項中未列明而稱未知悉。

國立清華大學 112 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學暨醫學院丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0601)

共 2 頁，第 1 頁 * 請在【答案卷】作答

1. (15%) 試問下列敘述是否正確？請說明原因。

(A) (8%) 若函數 $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 滿足 $f'(x) = g'(x), \forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ ，則存在一常數 C 使得 $f(x) = g(x) + C, \forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ 。

(B) (7%) 假設函數 $g: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ 為一對一 (one-to-one) 函數且 $g(0) = 0$ 。若 $g(x)$ 在 $x = 0$ 可微分，則其反函數 $g^{-1}(x)$ 在 $x = 0$ 可微分。

2. (10%) 求極限 (limit)：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x}.$$

其中 $\arctan: (-\infty, \infty) \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 為正切函數 $\tan: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow (-\infty, \infty)$ 的反函數。

3. (10%) 已知 $xy + y^3 = 1$ 定義了一可微分函數 $y = f(x)$ 。

(A) (6%) 利用“隱微分”(Implicit Differentiation) 的方法求 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的導數值 $f'(0)$ 。

(B) (4%) 求 $y = f(x)$ 函數圖形上過點 $(0, 1)$ 的切線方程式。

4. (10%) 令 C 為一個半徑 r 的圓。試求內接於圓 C 的等腰三角形之最大面積為何？

5. (15%) 計算下列不定積分：

$$\int \frac{1}{x^4 + 4} dx.$$

國立清華大學 112 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：生命科學暨醫學院 丙組

考試科目（代碼）：微積分 (0601)

共 2 頁，第 2 頁 * 請在【答案卷】作答

6. (10%) 試求下列曲線線段的弧長 (arc length)：

$$y = x^{2/3}, x \in [1, 8].$$

7. (10%) 試求下列初始值問題 (initial-value problem) 的解：

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^2 y \cos x \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

8. (10%) 給定三維度歐氏空間 $\mathbb{R}^3$ 中的向量 $\vec{a} = (1, 0, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (0, 0, 1)$, $\vec{c} = (-2, 3, 4)$ 與 $\vec{d} = (3, -1, 1)$ 。

(A) (5%) 求 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 兩向量的夾角。

(B) (5%) 求 $\vec{a} \times (\vec{c} \times \vec{d})$ 。

9. (10%) 計算下列二重積分值：

$$\iint_{\Omega} xy^2 \sqrt{x^2 + y^2} dA,$$

其中 Ω 為圓 $C: x^2 + y^2 = 3$ 與直線 $L: x - y = 0$ 及 y -軸在第一象限所圍成的平面區域。