

注意：請直接將答案依序寫在答案卷的第一頁上，並清楚標注題號，計算過程不列入閱卷範圍。

一、單選題 (共 50 分，每題 5 分。)

- 下列有關信賴區間(confidence interval)的敘述，哪個是正確的。
 - 某參數 θ 的 95% 信賴區間的長度一定比其 90% 信賴區間的長度來的長。
 - 在已給定的一組樣本下，真值 θ 會落入該樣本所建構之 95% 信賴區間的機率是 95%。
 - 在給定的信賴水準(confidence level)下，信賴區間的長度應隨著樣本數的增加而遞減到零。
 - 以上皆非。
- 在常態母體的假設下，下列有關變異數分析(analysis of variance; ANOVA)的敘述，哪個是正確的。
 - 當反應變數(response variable)的量測尺度變化時(例如由公尺改為英尺)，用來檢定某因子是否對於反應變數有影響之 F 統計量的值也會隨之變化。
 - 當反應變數的量測值都增加 100 時，用來檢定某因子是否對於反應變數有影響之 F 統計量的值也會隨之變化。
 - 在單一因子的變異數分析(one-way ANOVA)中，在額外加入一個區集變數(blocking variable)後，用來檢定因子是否對於反應變數有影響之 F 統計量的值會變大。
 - 以上皆非。
- 下列有關 p-value 的敘述，哪個是正確的？
 - 當樣本數增加時，p-value 的分配會左移(shift to left)
 - 當樣本數減少時，p-value 的分配會左移(shift to left)
 - 檢定所設定之型 I 誤差(Type I error)變大時，p-value 會變小
 - 檢定所設定之型 I 誤差(Type I error)變小時，p-value 會變小
- 下列有關使用最小平方方法(least squares)配適線性迴歸(linear regression)模型的敘述，哪個是正確的？
 - 迴歸係數估計值的絕對值愈大，表示該解釋變數愈能解釋反應變數的大小變化。
 - 在配適任何一個線性迴歸後，所剩餘的殘差和為零。
 - 若在給定的一組資料下，檢定某迴歸係數是否為零的 t 統計量的絕對值大於 3，表示該解釋變數與反應變數有顯著的相關。
 - R^2 非常小表示解釋變數與反應變數無關。

假設隨機變數 X 為一標準常態分配且 $P(X > 1) = 0.1587$, $P(X > 2) = 0.0228$. 若科管所之統計學入學考成績的分佈為一個平均值為 70 分且變異數為 64 之常態分配，請問成績落在 78-86 分之學生人數約為成績落在 86 分以上之學生人數的幾倍？

- 5 倍
- 6 倍
- 7 倍
- 無法判斷

6. 有關列聯表(contingency table)的敘述，下列何者為非？
- 當樣本數增為原來的 c 倍，且列聯表每個分類內的出現次數也等比例增加時，用來檢定兩變數是否獨立之卡分統計量也會變為原來的 c 倍。
 - 假設其中一個變數有 k 種類別($k > 2$)。若將其中兩個類別合併，則依據合併後之列聯表所對應之檢定應較合併前之列聯表所對應之檢定更具檢定力。
 - 假設兩個變數(X 與 Y)都各只有兩種類別(定為 A, B 與 C, D)，並進一步用變數 X 的兩種類別 A 與 B 定義兩個母群體(population)。則依據列聯表檢定 X 與 Y 獨立之卡方檢定與檢定兩個母群體中屬於類別 C 的比例(proportion)是否相等之常態檢定是一致的。
 - 以上皆非。
7. 對於一個單峰(unimodal)且左偏(skewed to the left)之連續型隨機變數，下列何者為真？
- Mode(眾數) $<$ Median(中位數) $<$ Mean(平均數)
 - Median $<$ Mean $<$ Mode
 - Mean $<$ Mode $<$ Median
 - Mean $<$ Median $<$ Mode
8. 有關一個自由度為 k 的卡方(chi-squared)分配的敘述，下列何者為非？
- 分佈為左偏
 - 給定 $a > 0$ ，則 $P(\chi_k^2 < a)$ 會隨著 k 的遞增而遞減。
 - 此分配的中位數會隨著 k 的遞增而遞增。
 - 當 k 越大時，此分配會越近似一個常態分配。
9. 自兩個具有相同形狀(shape)和分散度(spread)之非常態母群體中各取出一組隨機樣本，數據如下：

Sample 1: 20, 23, 22 (取自母群體 I)

Sample 2: 27, 18, 26 (取自母群體 II)

在給定顯著水準(significant level)為 5% 的條件下，利用 Wilcoxon rank sum test 檢定 H_0 : 母群體 I 的 location 小於或等於母群體 II 的 location 之拒絕域(rejection region)為何？(T 代表 Sample 1 的 rank sum)

- $T \geq 15$
 - $T \leq 15$
 - $T \geq 13$
 - $T \leq 13$
10. 在給定型 I 誤差(Type I error)之下，欲檢定 $H_0: \mu \geq 5$ vs $H_1: \mu < 5$ 。定義函數 $\beta(n, \mu_1)$ 為在樣本數 n 及對立假設 $\mu = \mu_1$ 之下的型二誤差(type II error)。則下列何者為真？
- $\beta(100, 4) \leq \beta(100, 2)$
 - $\beta(100, 4) \geq \beta(100, 2)$
 - $\beta(100, 4) \geq \beta(50, 4)$
 - $\beta(100, 4) < \beta(50, 2)$

二. 填充題 (共 50 分, 每格 5 分。)

1. 某實驗室做有關運動員是否服用類固醇的檢測, 其檢測的準確度如下

| 類固醇使用與否 | 檢測結果 | |
|---------|------|------|
| | 陰性 | 陽性 |
| 有使用 | 0.10 | 0.90 |
| 沒有使用 | 0.99 | 0.01 |

假如運動員使用類固醇的比率為 $\frac{1}{20}$, 問

A. 隨機選取一個運動員, 而檢測出類固醇使用呈現陽性反應的機率為 (1A)

B. 假如已知一運動員檢測出來為陽性反應, 而此人確實是使用類固醇的機率為 (1B)

2. 便利商店貨架上的電池共有 20 個, 其中有一個是已過期的。假設顧客購買時是隨機選取的。當你去購買時, 架上只剩 5 個電池, 則你購買到過期電池的機率為 (2)

3. 有一場兩個候選人的選舉。

A. 在一個選舉前的民意調查中, 隨機抽取 100 位具有投票權的選民, 詢問其支持的對象, 並依據此資料檢定兩候選人的支持率是否相同 (H_0 : 支持率相同)。若想在此檢定中得到統計顯著的結論(顯著水準 0.05), 則在此 100 位的選民中, 兩人的支持者人數的差距至少為幾票? (3A)

B. 若想準確的估計某一位候選人的支持率, 使得由樣本所估計的支持率與真實選民的支持率的差距在 ± 0.02 之間的可能性至少達到 90%, 則取樣的人數至少為多少人? (3B)

4. 清華樂透的遊戲規則是從 1-40 這 40 個數字中任選 5 個不重複的數字, 作為一組號碼, 依據過去 200 次的開獎紀錄, 每個數字 j 出現的總次數 O_j 有下列的結果:

$$\sum_{j=1}^{40} O_j^2 = 26290.$$

欲檢定開獎時數字出現的分配是否為一均等(uniform)分配, 應該使用何種檢定? 請寫出檢定統計量的數學式及數值 (4A), 當此檢定統計量的值大於 (4B) 時, 此均等分配的假設會在型 I 誤差為 0.05 之下被拒絕。(4B 的答案值請利用常態分配表做適當的逼近)

5. 依據某一航空公司過去的記錄, 已訂位的旅客中, 只有 90% 的旅客會真的前來搭機。假設旅客彼此間的行為皆為獨立。請回答下列問題。

A. 若某班機的載客量為 300 名旅客, 依據過去的經驗, 請估計航空公司最多可接受多少訂位, 使得此班機會真的發生超額訂位的機率不超過 5%。 (5A)

B. 若航空公司已接受 320 位旅客的訂位, 且其中有 150 位旅客已出現劃位, 則此班機會真的發生超額訂位的機率為何? (5B)

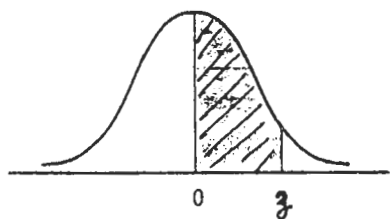
C. 假設航空公司可從每位非超額的旅客賺取 c 元的利潤, 但對於超額的旅客, 不僅沒有利潤還需要額外付出 c 元的成本。依據過去的記錄, 若要使公司在該航班的利潤達到最大(即利潤的期望值達到最大), 請問航空公司應接受多少位旅客的訂位? (5C)

Normal Probabilities

標準常態分配之機率表:

表中的數字代表 $P(0 < Z < z)$

即左圖中斜線部分的面積。



| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .0000 | .0040 | .0080 | .0120 | .0160 | .0199 | .0239 | .0279 | .0319 | .0359 |
| 0.1 | .0398 | .0438 | .0478 | .0517 | .0557 | .0596 | .0636 | .0675 | .0714 | .0753 |
| 0.2 | .0793 | .0832 | .0871 | .0910 | .0948 | .0987 | .1026 | .1064 | .1103 | .1141 |
| 0.3 | .1179 | .1217 | .1255 | .1293 | .1331 | .1368 | .1406 | .1443 | .1480 | .1517 |
| 0.4 | .1554 | .1591 | .1628 | .1664 | .1700 | .1736 | .1772 | .1808 | .1844 | .1879 |
| 0.5 | .1915 | .1950 | .1985 | .2019 | .2054 | .2088 | .2123 | .2157 | .2190 | .2224 |
| 0.6 | .2257 | .2291 | .2324 | .2357 | .2389 | .2422 | .2454 | .2486 | .2517 | .2549 |
| 0.7 | .2580 | .2611 | .2642 | .2673 | .2704 | .2734 | .2764 | .2794 | .2823 | .2852 |
| 0.8 | .2881 | .2910 | .2939 | .2967 | .2995 | .3023 | .3051 | .3078 | .3106 | .3133 |
| 0.9 | .3159 | .3186 | .3212 | .3238 | .3264 | .3289 | .3315 | .3340 | .3365 | .3389 |
| 1.0 | .3413 | .3438 | .3461 | .3485 | .3508 | .3531 | .3554 | .3577 | .3599 | .3621 |
| 1.1 | .3643 | .3665 | .3686 | .3708 | .3729 | .3749 | .3770 | .3790 | .3810 | .3830 |
| 1.2 | .3849 | .3869 | .3888 | .3907 | .3925 | .3944 | .3962 | .3980 | .3997 | .4015 |
| 1.3 | .4032 | .4049 | .4066 | .4082 | .4099 | .4115 | .4131 | .4147 | .4162 | .4177 |
| 1.4 | .4192 | .4207 | .4222 | .4236 | .4251 | .4265 | .4279 | .4292 | .4306 | .4319 |
| 1.5 | .4332 | .4345 | .4357 | .4370 | .4382 | .4394 | .4406 | .4418 | .4429 | .4441 |
| 1.6 | .4452 | .4463 | .4474 | .4484 | .4495 | .4505 | .4515 | .4525 | .4535 | .4545 |
| 1.7 | .4554 | .4564 | .4573 | .4582 | .4591 | .4599 | .4608 | .4616 | .4625 | .4633 |
| 1.8 | .4641 | .4649 | .4656 | .4664 | .4671 | .4678 | .4686 | .4693 | .4699 | .4706 |
| 1.9 | .4713 | .4719 | .4726 | .4732 | .4738 | .4744 | .4750 | .4756 | .4761 | .4767 |
| 2.0 | .4772 | .4778 | .4783 | .4788 | .4793 | .4798 | .4803 | .4808 | .4812 | .4817 |
| 2.1 | .4821 | .4826 | .4830 | .4834 | .4838 | .4842 | .4846 | .4850 | .4854 | .4857 |
| 2.2 | .4861 | .4864 | .4868 | .4871 | .4875 | .4878 | .4881 | .4884 | .4887 | .4890 |
| 2.3 | .4893 | .4896 | .4898 | .4901 | .4904 | .4906 | .4909 | .4911 | .4913 | .4916 |
| 2.4 | .4918 | .4920 | .4922 | .4925 | .4927 | .4929 | .4931 | .4932 | .4934 | .4936 |
| 2.5 | .4938 | .4940 | .4941 | .4943 | .4945 | .4946 | .4948 | .4949 | .4951 | .4952 |
| 2.6 | .4953 | .4955 | .4956 | .4957 | .4959 | .4960 | .4961 | .4962 | .4963 | .4964 |
| 2.7 | .4965 | .4966 | .4967 | .4968 | .4969 | .4970 | .4971 | .4972 | .4973 | .4974 |
| 2.8 | .4974 | .4975 | .4976 | .4977 | .4977 | .4978 | .4979 | .4979 | .4980 | .4981 |
| 2.9 | .4981 | .4982 | .4982 | .4983 | .4984 | .4984 | .4985 | .4985 | .4986 | .4986 |
| 3.0 | .4987 | .4987 | .4987 | .4988 | .4988 | .4989 | .4989 | .4989 | .4990 | .4990 |