1. 甲、乙、丙三人輪流投擲一銅板，甲先投，接著乙，然後丙，再回到甲…，如此不斷的重複，直到有人得到正面，遊戲停止，最先得到正面的人是贏家。

（a） 寫出這個隨機試驗（Random Experiment）的樣本空間（Sample Space）並說明。（5%）

（b） 根據（a）的寫法，用集合表示下列事件

（i） 甲贏 （事件 A） (3%)

(ii) 乙贏 （事件 B） (3%)

（iii）$(A \cup B)^C$ (3%)

（c） 假設每次投擲出現正面的機率是 p，計算每個人贏的機率。 (6%)

2. 投擲一骰子兩次，每次各點出現的機率均等。X 與 Y 代表第一次與第二次出現的點數。

（a）對任意整數 x，討論事件 $\{X=x\}$ 與 $\{X+Y=7\}$ 是否互相獨立（independent）。 （5%）

（b）討論隨機變數（random variables）X 與 X+Y 是否互相獨立。 （5%）

3. 有一獎品要送給 n 個人中的一人，我們採用抽籤的方式來決定由誰得獎：在袋子裡放 n 支籤，其中一支打 "○" ，其餘打 "X" ，大家輪流從袋子裡抽出一支，不再放回，直到打 "○" 的籤出現，遊戲結束，抽中打 "○" 的籤者得獎。

（a） 請問抽籤的順序會不會影響到抽籤者中獎的機率？請解釋。 （9%）

（b） 計算這個過程裡抽籤次數的期望值（Expectation）。 （6%）

（c） 若改變遊戲規則：籤抽出後若沒中獎，將籤放回袋中，輪到下一位抽，如此一直輪流下去直到有人中獎。在這規則下，抽籤順序會不會影響到抽籤者中獎的機率？請解釋。（9%）

（d） 在（c）的規則下，抽籤次數的期望值又是多少？ （6%）

4. 假設某路公車，班車之間的時間間隔是具有指數分布（Exponential distribution）的隨機變數，期望值是 10 分鐘。

（a） 乘客等車時間超過 10 分鐘的機率有多少？ （5%）

（b） 乘客平均花多少的時間等車。 (5%)

（c） 假設有位乘客他已經等了 10 分鐘車子還沒來，他還要再等待的時間長的期望值是多少？(5%)

（d） 若班車之間的時間間隔不是指數分布，而是 U(0,20）分布，亦即介於 0 到 20 分鐘之間的均勻分布（Uniform distribution），乘客等車的時間長的期望值是大於 10，等於 10 或小於 10 分鐘？請解釋。 (5%)

5. 假設 X 與 Y 是互相獨立的卜瓦松隨機變數(Poisson Random Variables)，其期望值分別是 λ_1, λ_2。已知 X+Y = n 的條件下，求 X 的分布。 (5%)

6. （a）敘述「中央極限定理」(Central Limit Theorem)。 （5%）

（b）試以「中央極限定理」解釋「何以自然現象裡，經常會出現鐘形分布？」，如一群人身高的分布，一班裡某次考試的成績分布，量測誤差的分布…。 （5%）

（c）投擲公正銅板一萬次，試求正面出現的次數介於 4900 次與 5100 次之間的機率。 （5%）