

八十五學年度 統計 所 組碩士班研究生入學考試

科目： 機率論 科號 0302 共 2 頁第 1 頁 *請在試卷【答案卷】內作答

1. 令 $\phi(t)$ 為 X 之 mgf (moment generating function) 且為 2 階可微分函數

(a) 10% 若 $\psi(t) = \ln \phi(t)$, 試證 $\psi'(0) = E(X)$, $\psi''(0) = \text{Var}(X)$

(b) 10% 若 X 之 pdf 為

$$f(x) = \frac{\lambda e^{-\lambda x} (\lambda x)^{n-1}}{\Gamma(n)}, \quad x \geq 0,$$

試利用(a)之結果求 $E(X)$, $\text{Var}(X)$

2. 令 (X, Y) 之聯合機率密度函數如下:

$$f(x, y) = C \cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(x^2 - 2\rho xy + y^2)}, \quad -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty$$

(a)(5%) 試求 C 之值。

(b)(10%) 試求 $X = x$ 條件下, Y 之機率密度函數 $f(y|x)$ 。

(c)(10%) 試計算 $E(Y|X = x)$ 及 $\text{Var}(Y|X = x)$ 。

3. (15%) 設每小時到百貨公司之顧客 (N) 服從一 Poisson 分配其參數 $\lambda = 10$ 。若每個顧客的平均消費額服從一常態分配 $N(\mu = 1000, \sigma = 100)$ (單位:元)。試問該百貨公司一天的平均收入及其標準差分別為多少? (假設一天的營業時間為 10 小時)。

4. (20%) 某磅秤之量測誤差服從均勻分配 $u(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, (單位:公斤), 今利用該磅秤, 獨立測量某甲之體重二次, 並取其平均值來估計此人之體重。

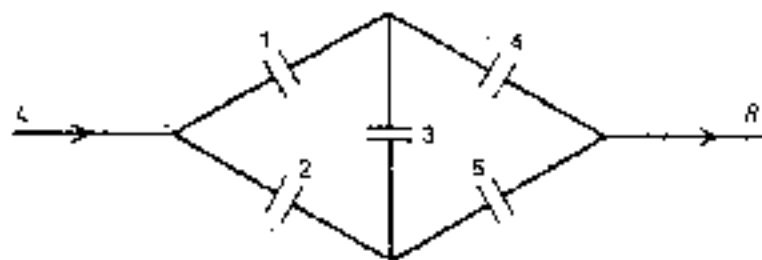
(a) 試求此人体重量測誤差的機率分配?

(b) 試求此人体重量測誤差小於 $\frac{1}{4}$ 公斤之機率。

八十五學年度 統計 所 組碩士班研究生入學考試

科目： 機率論 科號 0302 共 2 頁第 2 頁 * 請在試卷【答案卷】內作答

5. (20%) 下列通訊系統由 5 個線段(arc)所組合而成



已知每個線段可以正常使用之機率皆為 0.90，試問該系統可以正常運轉（從 L 到 R）之機率為何？