八十四學年度 統計 所 組碩士班研究生入學考試

科目： 統計學 科號 0303 共 4 頁第 1 頁 *請在試卷【答案卷】內作答

表格與符號

A. 若Z表標準常態分布（簡記$Z \sim N(0,1)$）之隨機變數，令$P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$，則

α	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
z_α	2.58	2.33	1.96	1.64	1.29

B. 若X表卡方分布隨機變數其自由為f，令$P(X \geq \chi^2_{f,0.05}) = 0.05$，則

$$\chi^2_{8,0.05} = 15.5073, \quad \chi^2_{9,0.05} = 16.919, \quad \chi^2_{10,0.05} = 18.3070,$$

$$\chi^2_{11,0.05} = 19.6751, \quad \chi^2_{12,0.05} = 21.0261.$$

第一部份： 底下為單複選混合題，請按題號次序寫出答案號碼，每題答完全對者給7分，否則皆為零分。

1. 若從一母体抽出一大樣本，求得此母体平均數μ之近似95%信賴區間為9.8 ± 0.07，則μ之近似80%信賴區間為

(1) $[9.75, 9.85]$,
(2) 9.7 ± 0.05,
(3) 9.8 ± 0.05,
(4) 以上皆非。

2. 假設有一工程師想推估某一製造方法之平均產量μ，他觀測到三個產量值x_1, x_2及x_3，則用$T_1 = (x_1 + x_2 + x_3)/3$及$T_2 = (x_1 + 2x_2 + x_3)/4$來估計$\mu$，則此兩種估算之效力

(1) 不偏性(unbiasedness)相同，
(2) T_2比T_1之標準差大，
(3) 兩者不偏性不相同，
(4) T_1比T_2之變異大。

八十四學年度＿統計＿所＿＿組碩士班研究生入學考試

科目：＿統計學＿科號＿0303＿共＿4＿頁第＿2＿頁＿*請在試卷【答案卷】內作答

3. 若$\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^n$表現象$Y_i=\alpha+\beta X_i+\epsilon_i$下之$n$個觀測點，此處$E(\epsilon_i)=0, Var(\epsilon_i)=\sigma^2, E(\epsilon_i\epsilon_j)=0, \forall i\neq j$。令$\hat{\alpha},\hat{\beta}$表$\alpha$及$\beta$之最小平方估計值，則在某一（觀測域內）$X_0$處之$Y_0$估計值$\hat{Y}_0=\hat{\alpha}+\hat{\beta}X_0$，則其變異數等於

(1) $\min_{d\in D}[Y_0-d(X_0)]^2, D=\{d(X_0)=\alpha+\beta X_0, \alpha,\beta\in R\}$,
(2) σ^2/n,
(3) $\sigma^2\{1/n+n(X_0-\bar{x})^2/[n\Sigma_1^n x_i^2-(\Sigma_1^n x_i)^2]\}$,
(4) $n\sigma^2(X_0-\bar{x})^2/[n\Sigma_1^n x_i^2-(\Sigma_1^n x_i)^2]$。

（註$\bar{x}$表$\Sigma_1^n x_i/n$）

4. 若一母体之個体各標記為$1,2,\cdots,\theta$時，θ未知，我們用抽出放回方法抽出n個母体，觀測到其抽出的標號依序為$x_1,x_2,\cdots,x_n$,則θ的估計可考慮

(1) 當$max(x_1,\cdots,x_n)<2\bar{x}-1$時取$\hat{\theta}=2\bar{x}-1$，
(2) 當$max(x_1,\cdots,x_n)>2\bar{x}-1$時取$\hat{\theta}=max(x_1,\cdots,x_n)$較保險，
(3) 當$max(x_1,\cdots,x_n)>2\bar{x}-1$時取$\hat{\theta}=2\bar{x}-1$，
(4) 當$max(x_1,\cdots,x_n)<2\bar{x}-1$時取$\hat{\theta}=max(x_1,\cdots x_n)$。

5. 若$x_1,x_2,\cdots,x_n$表一區間$[0,\ell]$上之一致分布(uniform distribution)所獨立觀測到之數據，則ℓ之最概估計值(maximum likelihood estimate)為

(1) $\bar{x}=\Sigma_1^n x_i/n$，
(2) ∞，
(3) $max(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，
(4) 以上皆非。

6. 若$X_1,X_2,\cdots,X_{100}$表獨立同態於X之分布，令$P(X\leq x_p)=p$，$0\leq p\leq 1$，又令$X_{(i)}$表從小排到大之第i個順序統計量(order statistics)，若$P(X_{(m_1)}\leq x_{0.8}\leq X_{(m_2)})=0.95$，則可求$X_{(m_1)}=X_{([80-k])}$，$X_{(m_2)}=X_{([80+k])}$，此處[ ]表最大正整數，試問$k$值約為

(1) 8，
(2) 10，
(3) 6，
(4) 無限組解。

八十四學年度 統計 所＿＿＿組碩士班研究生入學考試

科目： 統計學 科號 0303 共 4 頁第 3 頁 ★請在試卷【答案卷】內作答

7. 若某一稀有動物之總數爲50，但其平均体重爲μ，變異數爲σ^2，從這個母体抽出10隻來稱其体重（抽出不放回），則其樣本平均數$\bar{X} = \Sigma_1^n X_i/10$之變異數爲

(1) σ^2，
(2) $0.0816\sigma^2$，
(3) $0.1\sigma^2$，
(4) $0.01\sigma^2$。

8. 若一母体平均數爲μ，變異數σ^2爲已知，則在某一信賴度及100個樣本下μ之信賴區間爲8.12 ± 2.5，試問在同樣信賴度及200個樣本下μ之信賴區間爲

(1) 8.12 ± 1.25，
(2) 8.12 ± 1.8，
(3) 8.12 ± 2，
(4) 以上皆非。

9. 若X爲二項分布$B(n,p)$之隨機變數，則$p(1-p)$之一不偏估計量爲

(1) $X(n-X)/n$，
(2) $X(1-X)/n$，
(3) $X(n-X)/[n(n-1)]$，
(4) 以上皆非。

10. 若$X_1, X_2, \cdots, X_n$爲獨立同態於$N(\mu, \sigma^2)$，μ，σ^2皆未知，則σ^2之不偏估計量及其有效率(efficiency)各爲

(1) $\Sigma_1^n(X_i - \bar{X})^2/n$；1，
(2) $\Sigma_1^n(X_i - \bar{X})^2/(n-1)$；1，
(3) $\Sigma_1^n(X_i - \bar{X})^2/(n-1)$；$(n-1)/n$，
(4) $\Sigma_1^n(X_i - \bar{X})^2/n$；$n/(n-1)$。

八十四學年度 統計 所_____組碩士班研究生入學考試

科目： 統計學 科號 0303 共 4 頁第 4 頁 ★請在試卷【答案卷】內作答

第二部份：試解答下述諸命題

11. (15%) 若已知Y之機率密度函數$p(y|\theta)$爲下表所示

y	1	2	3	4	5	6
$p(y\|\theta_0)$	0.01	0.03	0.04	0.05	0.37	0.50
$p(y\|\theta_1)$	0.04	0.07	0.09	0.12	0.30	0.38

現在想檢定$H_0:\theta=\theta_0$對$H_1:\theta=\theta_1$，樣本數(sample size)爲2。試寫出水準(significant level)爲0.005之最佳危險域(best critical region)C，並寫出其第二種錯誤發生之機率(Type II error probability)。

12. (15%) 每5秒被放射出之α粒子數如下表所述

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_i	11	40	74	100	103	79	30	26	9	5	2	1

(i) 試問這種現象以常識而言，是否適合用波瓦松(Poisson)分布來描述？

(ii) 若用統計之假設檢定，你對(i)的檢定，其虛無假設(null hypothesis)爲何？

(iii) 若取$\alpha=0.05$，你對(ii)之檢定，其所用統計量爲何？危險值爲何？

(iv) 請將你的統計量計算仔細地按步驟列出來，並將Poisson分布之參數估計出來，其他細節不必計算。