

國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：數理教育研究所 乙組(數學教育組)

考試科目 (代碼)：普通數學 (6301)

共 3 頁，第 1 頁 *【選擇題請在請在卡上作答，計算題請在答案卷上作答】

一、選擇題 (每題 5 分，共 60 分)

1. 任意正整數 a, b, c ，請問下列哪一個等式恆成立：

(A) $a \div (b + c) = (a \div b) + (a \div c)$ (B) $(b + c) \div a = (b \div a) + (c \div a)$

(C) $(a \div b) \times c = a \div (b \times c)$ (D) $(a \div b) \div c = a \div (b \div c)$

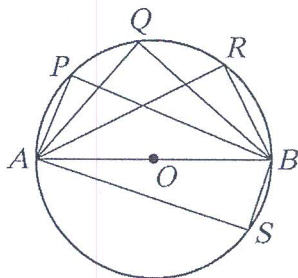
2. 按照下表，請推算出 $(a+b)^4$ 展開後，所有項數的係數和是多少？ (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64

$(a+b)^0$	1	1
$(a+b)^1$	a+b	1 1
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1

3. x, y 為實數，關於解聯立方程式 $\begin{cases} \frac{5x-5y}{6} = 4 \\ \frac{15x-15y-5}{4} = 0 \end{cases}$ ，以下何者正確？(A) 有唯一解 (B) 有無限多組解 (C) 無解 (D) 條件不足，無法判斷

4. 對於 $\sqrt{1234}$ 的值，下列關係式何者正確？ (A) $25 < \sqrt{1234} < 30$
(B) $30 < \sqrt{1234} < 35$ (C) $35 < \sqrt{1234} < 40$ (D) $40 < \sqrt{1234} < 45$

5. 如圖， \overline{AB} 為圓 O 的直徑， P, Q, R, S 為圓上相異四點。下列敘述何者正確？(A) $\angle APB$ 為鈍角 (B) $\angle AQB = \angle RAB + \angle PBA$ (C) $\angle ARB$ 為銳角 (D) $\angle ASB = \angle ARB$ 。



6. 下列四個數列中，哪一個是等比數列？ (A) 22, 32, 42, 52, 62 (B) 3, 6, 12, 24, 48 (C) 2, 4, 6, 8, 10 (D) 1, 2, 4, 16, 256

7. 已知小明、小華與小黃分別任意畫一個三角形，且小明在他的三角形作出三個高，此三高共有 a 個交點。同理小華作出三中線得到 b 個交點，小黃作出三角平分線得到 c 個交點。求 $a + b + c$ 最大值為？ (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9。

國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：數理教育研究所 乙組(數學教育組)

考試科目 (代碼)：普通數學 (6301)

共 3 頁，第 2 頁 *【選擇題請在請在卡上作答，計算題請在答案卷上作答】

8. 已知數線上兩點 $E < F$ 且 G 點與 E 、 F 的距離分別為 a 、 b ， H 點與 E 、 F 的距離分別為 c 、 d 。若 $a:b = c:d$ 則下列敘述何者正確？(A) $G = H$ (B) $G < H$ (C) $G > H$ (D) 以上皆有可能。
9. 已知平面上圓之直徑 AB 為 5 公分且 C 點在圓外，則下列何者錯誤？
(A) $AC = 0.1$ 公分， $BC = 5$ 公分 (B) $AC = 2.5$ 公分， $BC = 4$ 公分
(C) $AC = 5$ 公分， $BC = 10$ 公分 (D) $AC = 1$ 公分， $BC = 5$ 公分。
10. 已知方程式 $m^2 = 2n$ 其中 m, n 皆為正整數，則下列敘述何者錯誤。(A) n 可能有 1 個 2 的因數 (B) n 可能有 2 個 2 的因數 (C) n 可能有 3 個 2 的因數 (D) n 可能有超過 4 個 2 的因數。
11. 已知六角柱有 a 個邊、六角錐有 b 個邊、八角錐有 c 個邊，則下列敘述何者正確。(A) $a = b < c$ (B) $b < a < c$ (C) $a < b < c$ (D) $b < c < a$ 。
12. 同時擲兩粒公正骰子，兩個骰子出現同樣點數，例如 $(1,1), (2,2), \dots$ 的機率是多少？(A) $\frac{1}{216}$ (B) $\frac{1}{36}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) 1。

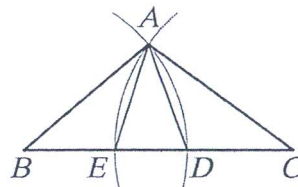
二、計算題(每題 10 分，共 40 分)

1. 證明 $\sqrt{15} + \sqrt{8} \neq \sqrt{15+8}$ (10 分)

(註：請勿直接計算出 $\sqrt{15}, \sqrt{8}, \sqrt{15+8}$ 之數值證明，可利用平方、大小關係或直角三角形等其他可行的方式證明)

2. 有一 $\triangle ABC$ ，今以 B 為圓心， \overline{AB} 長為半徑畫弧，交 \overline{BC} 於 D 點，以 C 為圓心， \overline{AC} 長為半徑畫弧，交 \overline{BC} 於 E 點。若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，請回答下列問題：(提示：在同一三角形內，大角對大邊，小角對小邊)

- (1) \overline{BE} 、 \overline{CD} 的大小關係為何？(2 分)
(2) 承(1)，請詳細說明並解釋原因。(3 分)
(3) \overline{AD} 與 \overline{AE} 的大小關係為何？(2 分)
(4) 承(3)，請詳細說明並解釋原因。(3 分)



國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：數理教育研究所 乙組(數學教育組)

考試科目 (代碼)：普通數學 (6301)

共 3 頁，第 3 頁 *【選擇題請在請在卡上作答，計算題請在答案卷上作答】

3. 已知座標平面上三角形的三個頂點座標為 $A(2,1)$, $B(8,4)$, $C(6,10)$ 。
- (1) 若 $D(2,0)$, $E(8,0)$ 求梯形 $ADEB$ 面積。(5 分)
 - (2) 求該三角形 ABC 面積。(5 分)
4. 已知有一數學魔術:魔術師將 9 支紅筆與 10 支黑筆混和後裝進一個藍色袋子中，今隨意叫一位小朋友從藍色袋子中拿出 12 支筆。
- (1) 試列式說明:為何小朋友拿出的筆中，黑筆的數量比藍色袋子中紅筆的數量多 3 支。(7 分)
 - (2) 在此情況下，黑筆與紅筆的個數要怎麼調整(共 19 支)，才能讓小朋友從藍色袋子中拿出 12 支筆後，黑筆的支數等於袋中紅筆的支數。(3 分)